

TEOREMA DI MILLMANN

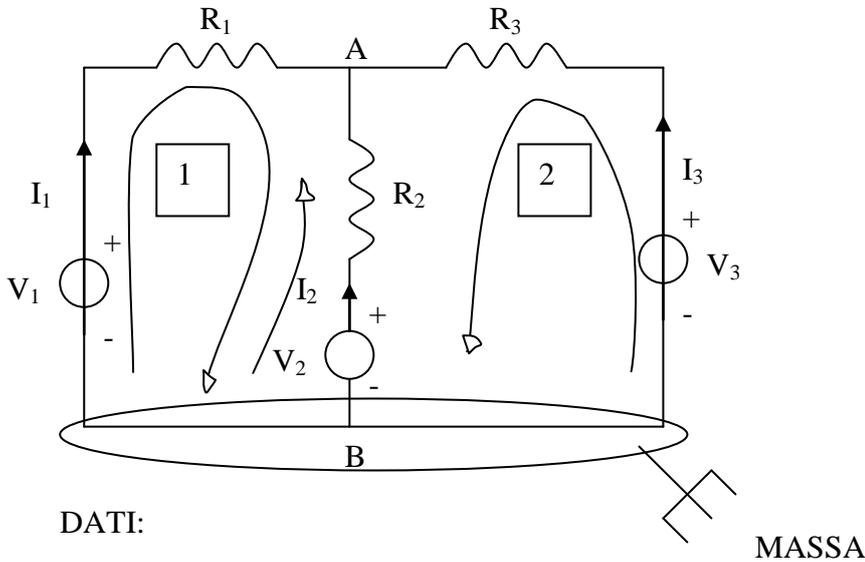
DATO UN CIRCUITO, INDIVIDUATI DUE PUNTI "A" E "B", **SE TUTTI I RAMI** PARTONO DA "A" E ARRIVANO IN "B", LA TENSIONE TRA I DUE PUNTI E' UGUALE ALLA Σ (QUESTO SIMBOLO SI LEGGE SOMMATORIA) DELLE CORRENTI DIVISO LA Σ DELLE CONDUTTANZE.

LA CONDUTTANZA E' L'INVERSO DELLA RESISTENZA. [$G = 1/R$]

TALE TEOREMA SI USA PERO' PER RETI BINODALI, VALE A DIRE RETI COSTITUITE DA n RAMI TUTTI DERIVATI DA 2 NODI.

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \dots + \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

ESEMPIO: DATO IL SEGUENTE CIRCUITO, CALCOLARE LE INTENSITA' DI CORRENTE I_1 I_2 I_3 APPLICANDO IL TEOREMA DI MILLMANN



DATI:

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 3,3 \text{ k}\Omega$$

$$V_1 = 5 \text{ V} \quad V_2 = 12 \text{ V} \quad V_3 = -12 \text{ V}$$

NOTA BENE: ABBIAMO I NODI "A" E "B"; IN GENERALE IL MORSETTO NEGATIVO CORRISPONDE AL MENO DEI TRE GENERATORI (PUNTO B). LA TENSIONE DEL MORSETTO NEGATIVO (QUINDI DEL NODO "B") E' A MASSA, CIOE' VALE 0. IL MENO DEL GENERATORE E' SEMPRE LA MASSA.

PER RISOLVERE IL CIRCUITO DOBBIAMO TROVARE IL VALORE DELLE NOSTRE INCOGNITE (LE INTENSITA' DI CORRENTE).

QUINDI:

1) TROVIAMO IL VALORE DI V_{AB} UTILIZZANDO LA FORMULA DEL TEOREMA DI MILLMANN, CHE IN QUESTO CASO E' PERFETTAMENTE APPLICABILE PERCHE' ABBIAMO TUTTI I RAMI PARTONO DALLO STESSO NODO "A" E GIUNGONO ALLO STESSO NODO "B".

$$V_{AB} = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{(-V_3)}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{5mA + 5.454mA - 3.636mA}{1K\Omega + 0.454K\Omega + 0.303K\Omega} = \frac{6.818mA}{1.757K\Omega} = 3.88V$$

2) ORA APPLICHIAMO IL SECONDO PRINCIPIO DI KIRCHHOFF.

SCEGLIAMO UN VERSO DI PERCORRENZA PER LE MAGLIE 1 E 2 E SEGUIAMO IL PERCORSO PARTENDO DAL NODO CON POTENZIALE NULLO (NODO B).

APPLICHIAMO IL SECONDO PRINCIPIO DI KIRCHHOFF STANDO ATTENTI AI SEGNI DA ASSEGNARE ALLE TENSIONI ED ALLE INTENSITA' DI CORRENTE.

PERCORSO NUMERO 1: PARTO DAL NODO B E FACCIAMO IL GIRO IN SENSO ORARIO. INCONTRIAMO IN SUCCESSIONE:

- LA TENSIONE V_1 PRESA DI SEGNO POSITIVO PERCHÉ ANDIAMO DAL SEGNO MENO AL SEGNO PIÙ DEL GENERATORE;
- LA RESISTENZA R_1 ATTRAVERSATA DALLA CORRENTE I_1 . IL VERSO DI PERCORRENZA FISSATO ED IL VERSO DELLA CORRENTE SONO CONCORDI PER CUI L'INTENSITA' DI CORRENTE I_1 VA PRESA CON IL SEGNO NEGATIVO;
- INFINE, ATTRAVERSATA LA RESISTENZA R_1 , TROVIAMO LA TENSIONE V_{AB} TRA I DUE NODI.

$$V_1 - I_1 * R_1 - V_{AB} = 0$$

$$I_1 * R_1 = V_1 - V_{AB}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_{AB}}{R_1} = \frac{5V - 3.88V}{1K\Omega} = 1.12mA$$

PERCORSO NUMERO 2:

$$V_3 - I_3 * R_3 - V_{AB} = 0$$

$$I_3 * R_3 = V_3 - V_{AB}$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_{AB}}{R_3} = \frac{-12V - 3.88V}{3.3K\Omega} = -4.812mA$$

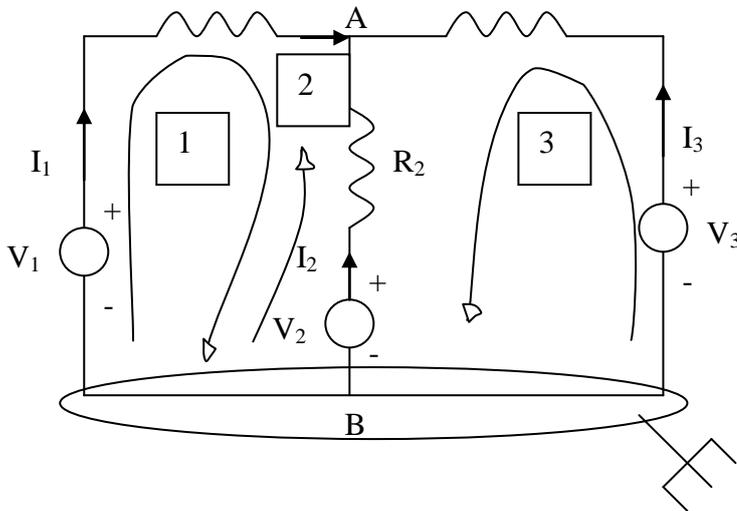
PER IL RAMO CENTRALE POSSIAMO SCRIVERE LA SEGUENTE EQUAZIONE

$$V_2 - I_2 * R_2 - V_{AB} = 0$$

$$I_2 * R_2 = V_2 - V_{AB}$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_{AB}}{R_2} = \frac{12V - 3.88V}{2.2K\Omega} = 3.691mA$$

QUANDO IL POTENZIALE DEL NODO "B" E' NULLO, POSSIAMO RISOLVERE IL CIRCUITO APPLICANDO LA LEGGE DI OHM:



$$I = \frac{V_{allacoda} - V_{allapunta}}{R_{compresa}}$$

NOTA BENE: IN QUESTO CASO, ESSENDO $V_B = 0$, POSSIAMO APPLICARE LA FORMULA SUDETTA.

CONSIDERIAMO A TITOLO DI ESEMPIO LA I_1 .

IL $V_{ALLA CODA}$ DELLA I_1 E' RAPPRESENTATO DALLA TENSIONE V_1 , MENTRE

IL $V_{ALLA PUNTA}$ E' RAPPRESENTATO DAL NODO "A".

POTREMO SCRIVERE PER LA CORRENTE I_1 :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_A}{R_1}$$

LO STESSO PROCEDIMENTO VALE PER I_2, I_3 .